



Matematyka

SZKOŁA PODSTAWOWA

(dr Maria Gokieli, mgr Danuta Szaniawska)

Cele kształcenia – wymagania ogólne

W projekcie zmian zmodyfikowany pierwszy z celów kształcenia matematycznego w klasach IV-VIII: Sprawność rachunkowa (poprawna korekta literówki). Z obowiązującego obecnie zapisu tego celu:

1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.
2. Weryfikowanie i interpretowanie otrzymanych wyników oraz ocena sensowności rozwiązania. (Dz. Ustaw, poz. 356, 24.02.2017, s. 160)

usunięto „lub w działaniach trudniejszych”. Zmiana ta oznacza, że w szkole podstawowej uczeń ma zdobyć, umiejętność wykonywania jedynie „nieskomplikowanych obliczeń”. O ile na tym poziomie nie mamy definicji tego, co jest trudniejsze, a co nieskomplikowane, zmiana ta znajduje jednak konkretne odzwierciedlenie w modyfikacji treści nauczania i warunków jego realizacji, o czym poniżej. Jest zmianą naruszającą „kręgosłup” obecnego kształcenia matematycznego, zaplanowanego w sposób bardzo rozsądny i przemyślany.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe oraz Warunki realizacji

KLASY IV–VI i VII-VIII

Najważniejsze zmiany dotyczą:

1. wycofania nacisku na umiejętność liczenia w pamięci na rzecz korzystania z kalkulatorów (klasy IV-VI oraz VII-VIII),
2. usunięcia działów Kombinatoryka oraz Rachunek Prawdopodobieństwa z treści w klasach VII-VIII.

Pozostałe zmiany nie wprowadzają zasadniczych zmian w nauczane treści.

Ad 1. W *Warunkach realizacji* obowiązującej podstawy programowej napisano:

Większość uczniów w praktyce korzysta z kalkulatorów bądź innych urządzeń elektronicznych. Niemniej umiejętność wykonywania rachunków w pamięci, a także pisemnie, jest istotna. Obliczenia pamięciowe, w tym szacowanie wyników, bardzo przydają się w życiu codziennym. Samodzielne wykonywanie obliczeń, zarówno pamięciowych jak i pisemnych, daje uczniom o wiele lepsze

wyobrażenie o liczbach i ich wielkościach, niż prowadzenie rachunków za pomocą sprzętu elektronicznego. (Dz. Ustaw, poz. 356, 24.02.2017, s. 171)

Jest to komentarz niezwykle istotny i determinujący podejście do dydaktyki matematyki. Jest on częścią szkieletu nauczania prowadzącego do kształtowania myślenia matematycznego, wokół którego zbudowana jest wyraźnie cała podstawa programowa. Został on w obecnym projekcie usunięty na rzecz:

Kalkulatory. Uczeń powinien umieć korzystać z nowoczesnych metod wykonywania obliczeń, w tym za pomocą kalkulatora. Uczeń powinien zapoznać się z ograniczeniami (niektórych) kalkulatorów, mianowicie obliczenie pierwiastka z liczby całkowitej i podniesienie go do kwadratu niekoniecznie prowadzi do wyjściowej liczby, ze względu na błąd zaokrąglenia. Z tego samego powodu, obliczenie rozwinięcia dziesiętnego za pomocą kalkulatora a potem pomnożenie na kalkulatorze przez mianownik, niekoniecznie musi prowadzić do liczby całkowitej równej licznikowi. Inną sprawą jest znajdowanie rozwinięć okresowych za pomocą kalkulatora: jeśli kalkulator wypisuje rozwinięcie dziesiętne ułamka jako na przykład 0,463417171, to uczeń powinien wiedzieć, że może to oznaczać zarówno 0,46341(71), jak i 0,463(417171), a nawet 0,4634171(70); naturalnie istnieją jeszcze inne możliwości.

Należy postawić pytanie, czy i w jaki sposób uczeń nie mający odpowiednich umiejętności wykonywania obliczeń pisemnych może zrozumieć ograniczenia kalkulatora (skądinąd *każdego* kalkulatora i *każdego* komputera, nie tylko niektórych!) – badanie rozwinięć dziesiętnych okresowych jest tu tylko jednym z przykładów. Nie widzimy takiej możliwości.

Znajdujemy tu konkretne odzwierciedlenie modyfikacji pierwszego celu kształcenia matematycznego: sprawność rachunkowa. Usunięcie cytowanego wyżej fragmentu podstawy programowej oznacza w praktyce odejście od ważnej zasady kształtowania liczenia pamięciowego i pisemnego i ich niezbitych, wymienionych w tymże komentarzu zalet.

Jest to zasadnicza zmiana w podejściu do nauczania matematyki. Dziwi, że tę zmianę podpisują te same osoby, które pisały poprzednią podstawę i jej uzasadnienie (dr hab. Maciej Borodzik, dr Michał Krych).

Ad 2. W uzasadnieniu do obowiązującej podstawy programowej napisano:

Kombinatoryka. Jednym z działów pozostawionych w podstawie dla szkoły podstawowej jest kombinatoryka. Zagadnień z nią związanych pojawia się nawet nieco niż do tej pory w gimnazjum. Pomijając fakt, że kombinatoryka jest rozwijająca, niealgorytmiczna i istotna sama w sobie, ma ona jeszcze jedną zaletę. Otóż uczeń może osiągnąć sukces w kombinatoryce nawet, jeśli jego dotychczasowa wiedza matematyczna była bardzo mała. Realizacja tego działu stwarza okazję „nowego startu” uczniom, którzy do tej pory uzyskiwali na matematyce słabe wyniki. Warto dawać tę szansę uczniom i nie hamować ich zapału poprzez wprowadzanie nadmiaru formalizmu. Nadmienić tu należy, że kombinatoryka jest jedną z najbardziej dynamicznie rozwijających się dziedzin współczesnej matematyki i informatyki. (Podstawa programowa kształcenia ogólnego z komentarzem, Szkoła podstawowa, Matematyka, MEN – ORE 2017, komentarz – Maciej Borodzik, Regina Pruszyńska, s. 26-27)

Rozumiejąc intencję redukcji treści podstawy programowej, dziwi rezygnacja z działu o tak istotnych dla ucznia, wyżej wymienionych zaletach, co więcej realizowanego już po egzaminie ósmoklasisty i znacznie mniej obciążającego ucznia z tego powodu. Należy zresztą zadać pytanie o kształt wymagań egzaminacyjnych na egzamin ósmoklasisty i rozkład treści przewidzianych do realizacji po egzaminie (maj – czerwiec). Rachunek prawdopodobieństwa był trafionym wyborem również z powodu wskazywanego przez Autorów obowiązującej podstawy programowej – ze względu na możliwość wykonywania doświadczeń, o istotnym znaczeniu w kształtowaniu intuicji matematycznej potrzebnej na dalszych etapach kształcenia, przy już bardziej formalnym podejściu do tak istotnego we współczesnym świecie działu, jakim jest Rachunek Prawdopodobieństwa. W uzasadnieniu do obecnej podstawy programowej czytamy:

Ścisłe związany ze statystyką jest rachunek prawdopodobieństwa. (...) Należy więc postarać się, aby uczniowie dokładnie zrozumieli, czym jest prawdopodobieństwo. Dlatego też zadecydowano, by pozostawić w nauczaniu matematyki w szkole podstawowej elementy rachunku prawdopodobieństwa. Zaleca się poprzedzenie nauki rachunku prawdopodobieństwa wykonaniem dużej liczby eksperymentów (np. rzutów kostką) – tak, aby uczeń zauważył związek między częstością wystąpienia zdarzenia a prawdopodobieństwem. Zrozumienie tej zależności jest o wiele ważniejsze niż umiejętność mechanicznego operowania definicją prawdopodobieństwa. (Podstawa programowa kształcenia ogólnego z komentarzem, Szkoła podstawowa, Matematyka, MEN – ORE 2017, komentarz – Maciej Borodzik, Regina Pruszyńska, s. 29)

Realizacja eksperymentów losowych na ostatnim etapie kształcenia w szkole podstawowej, już po egzaminie ósmoklasisty, nie jest przeładowywaniem materiału ani obciążaniem ucznia, a właściwym wykorzystaniem czasu na kształtowanie głębszego zrozumienia podstawowych we współczesnym świecie i nauce pojęć. Podobnie wprowadzenia w tym czasie kombinatoryki – z jednej strony nieodłącznej od rachunku prawdopodobieństwa, z drugiej, jak słusznie wcześniej zauważono, nietrudnej i dającej nawet słabszym uczniom nowy start (i szansę na lepsze oceny). Należy zadać pytanie o intencje zlecniodawców zmian i ich rozumienie realiów nauczania.

Podsumowując, obecnie obowiązująca podstawa programowa została skonstruowana w sposób głęboko przemyślany i wyważony. Jej autorzy zaznaczali zresztą, że dla roczników realizujących naukę z nową podstawą programową w klasach I-III, obecna podstawa powinna zostać rozszerzona, tak by

przywrócić do szkół podstawowych znaczną część materiału przesuniętego obecnie do szkół ponadpodstawowych (Podstawa programowa kształcenia ogólnego z komentarzem, Szkoła podstawowa, Matematyka, MEN – ORE 2017, komentarz – Maciej Borodzik, Regina Pruszyńska, s. 31).

Jest znamienne, że w samym uzasadnieniu projektu obecnych zmian, przedstawionym przez Zespół pod kierownictwem prof. Macieja Borodzika, nie znajdujemy żadnego uzasadnienia redukcji treści - raczej wymóg redukcji wydaje się uzasadnieniem zmian; innego uzasadnienia merytorycznego po prostu nie ma.

LICEUM I TECHNIKUM

(Maria Gokieli, Danuta Szaniawska)

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

W przeciwieństwie do zmian proponowanych w podstawie dla szkoły podstawowej, w przypadku szkół ponadpodstawowych nie ma zasadniczych zmian metodycznych czy dotyczących samych założeń kształcenia. Istnieją natomiast przesunięcia treści z poziomu podstawowego do rozszerzonego, które nie budzą zasadniczych wątpliwości, oraz usunięcia treści, które budzą już poważne zastrzeżenia, szczególnie gdy dotyczy to zakresu rozszerzonego. W dużej części uniemożliwiają zastosowanie nauczanych treści w praktyce. Niektóre usunięcia wydają się wręcz pomyłką.

Raczej pozytywnie oceniamy przesunięcie z zakresu podstawowego do rozszerzonego tematów:

- dzielenie wielomianu przez jednomian $x-a$,
- obliczanie odległości punktu od prostej;
- znajdowanie punktów wspólnych prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej,

Podobnie można też ocenić usunięcie z zakresu podstawowego skali centylowej i układów równań zawierających równanie kwadratowe.

Natomiast znaczne wątpliwości budzą usunięcia:

1. korzystania z tablic i kalkulatora (!) dla odczytu wartości funkcji trygonometrycznych (zakres podstawowy, a co gorsza także rozszerzony! – chyba jest to przeoczenie?)
2. odchylenia standardowego (zakres podstawowy, a co gorsza także rozszerzony! – chyba jest to przeoczenie?)
3. równanie okręgu (zakres rozszerzony),
4. nierówności trygonometrycznych (zakres rozszerzony)

Ad 1. Drugim z wymienionych w podstawie programowej celów kształcenia w zakresie matematyki dla liceum i technikum – szczęśliwie niezmienionym w projekcie - jest Wykorzystanie i tworzenie informacji, w tym:

Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel (Dz. Ustaw, poz. 467, 2.03.2018, s. 284).

Nie wydaje się, by odczytywanie danych z tablic było dla uczniów trudne, nie widać przyczyny zaniechania kształcenia w tym zakresie na lekcjach matematyki.

Pozostaje poza tym pytanie, w jaki sposób uczeń ma znajdować wartości funkcji trygonometrycznych – lub wartości kąta przy danej wartości funkcji, skoro nie kształcimy ani umiejętności czytania tablic, ani korzystania z kalkulatora w tym zakresie. Przekreśla to zastosowanie trygonometrii w praktyce.

Ad. 2. Nauczanie statystyki jest we współczesnym, informacyjnym świecie, niezwykle ważne; odnosi się do cytowanego wyżej celu kształcenia i do ogólnych celów kształcenia na poziomie liceum ogólnokształcącego i technikum, np.

6) umiejętność samodzielnego docierania do informacji, dokonywania ich selekcji, syntezy oraz wartościowania, rzetelnego korzystania ze źródeł (Dz. Ustaw, poz. 467, 2.03.2018, s. 3)

a także wielu celów i treści kształcenia w zakresie WOS i Geografii, np.

[uczeń] interpretuje wyniki badań opinii publicznej; porównuje wyniki sondaży z rzeczywistymi postawami lub zachowaniami (np. sondaży przedwyborczych oraz rezultatów wyborów), formułuje hipotezy dotyczące przyczyn różnic przekraczających wartość błędu statystycznego źródeł (Dz. Ustaw, poz. 467, 2.03.2018, s. 140);

dokonuje analizy stanu środowiska w Polsce i własnym regionie oraz przedstawia wnioski z niej wynikające, korzystając z danych statystycznych i aplikacji GIS (Dz. Ustaw, poz. 467, 2.03.2018, s. 171);

wykazuje na podstawie danych statystycznych i map tematycznych zróżnicowanie udziału poszczególnych rodzajów transportu w przewozach na świecie i w Polsce (Dz. Ustaw, poz. 467, 2.03.2018, s. 178).

Interpretacja danych statystycznych bez pojęcia odchylenia standardowego jest tak uboga, że trudno znaleźć jej praktyczne zastosowanie. Z tego powodu pojęcie to powinno pozostać i na poziomie podstawowym, i tym bardziej rozszerzonym.

Ad 3. Równanie okręgu jest bardzo podstawowym elementem wiedzy matematycznej, trudno wyobrazić sobie, dlaczego polscy uczniowie liceów i techników uczący się matematyki w zakresie rozszerzonym mieliby go być pozbawieni. Jego znajomość jest zresztą konieczna do realizacji następnego punktu podstawy programowej.

Co więcej, uważamy, że uczniowie powinni znać także równanie parametryczne okręgu – patrz punkt następny.

Ad 4. Rozwiązywanie nierówności trygonometrycznych ma faktycznie większy poziom trudności niż rozwiązywanie równań trygonometrycznych, ale nie jest to poziom tak istotnie większy, by rezygnować z kształcenia tej umiejętności dla uczniów uczących się matematyki w zakresie rozszerzonym. Znow, jest ona ściśle związana z poprzedzającymi, niewykreślonymi punktami „posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: sinus, cosinus, tangens” oraz „wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych”; ma ogrom zastosowań na poziomie fizyki, elektroniki, geodezji itp.

Skądinąd uważamy, że sposobowi nauczania trygonometrii i szczegółowym treściom w tej dziedzinie powinna zostać poświęcona szczególna uwaga. Od lat brakuje w podstawie programowej powiązania funkcji trygonometrycznych z ich interpretacją na okręgu, pomimo tego, że są w ten sposób wprowadzane oraz że interpretacja ta jest konieczna do zrozumienia podstawowych tożsamości trygonometrycznych. Definicja i interpretacja funkcji trygonometrycznej na okręgu jest jednak mało wykorzystywana w dalszym ciągu kształcenia, co wcale nie ułatwia prezentacji treści. Brak ten jest widoczny w dalszym kształceniu studentów na poziomie technicznym i ścisłym.